

POMORSKA LIGA ZADANIOWA ZDOLNI Z POMORZA

Konkurs dla uczniów klas VII i VIII szkoły podstawowej województwa pomorskiego
w roku szkolnym 2021/2022

Etap II – powiatowy
Przedmiot: MATEMATYKA

Instrukcja dla ucznia

Zanim przystąpisz do rozwiązywania testu, przeczytaj uważnie poniższą instrukcję.

1. Arkusz testowy zawiera **5** zadań.
2. Za zadania z arkusza można uzyskać łącznie 50 punktów.
3. Rozwiązania zadań przedstaw w takiej formie, żeby można było odczytać je bez problemu.
4. Wszystkie rozwiązania zadań zamieść w jednym pliku o nazwie `imię_nazwisko_miejscowość` (w formacie *.doc, *.docx, *.pdf) i prześlij na adres mailowy: matematyka_plz_SP@odn.slupsk.pl.

Dopuszczalny jest odręczny zapis rozwiązań. Pisz wtedy czytelnie. Rozwiązania zapisane odręcznie, należy zeskanować do jednego pliku i zapisać w formacie pdf. Pliki w postaci zdjęć należy wkleić do pliku tekstowego (w formacie *.doc, *.docx).

Życzymy powodzenia!

Zadanie 1. (0-10 p.)

a) W ciągu tygodnia w supermarkecie sprzedawano pakiety promocyjne – w poniedziałek 30 pakietów, we wtorek 50 pakietów, w środę 40 pakietów, w czwartek 40 pakietów. W piątek także sprzedano pewną ilość pakietów promocyjnych. Wtedy stwierdzono, że w ciągu 5 dni sprzedawano średnio po 40 pakietów dziennie. W sobotę także sprzedano pewną ilość pakietów promocyjnych, ale wtedy zauważono, że średnia dzienna sprzedaży przez 6 dni zmniejszyła się o 5 % w stosunku do średniej sprzedaży z pierwszych 5 dni.

Ile pakietów promocyjnych sprzedano w piątek, a ile w sobotę?

b) Po analizie wyników sprzedaży w ciągu 6 dni kierownictwo supermarketu chce podjąć działania, aby zwiększyć do 45 pakietów średnią dzienną sprzedaż w ciągu 6 dni. O jaki procent starej ceny pakietów trzeba by obniżyć ich cenę, aby zysk ze zwiększonej sprzedaży nie zmienił się?

Zapisz tok swojego rozumowania i obliczenia.

Zadanie 2. (0-10 p.)

Rozwiąż równanie $(0,72 - (10 - \frac{9,99999}{1,1-x}) \cdot 0,625) : 0,225 = 0,7$

Zapisz tok swojego rozumowania i obliczenia.

Zadanie 3. (0-10 p.)

a) Rozwiąż 2 układy równań: $\begin{cases} 2x + y = 2 \\ 3,5x - 0,5y = -1 \end{cases}$ oraz

$$\begin{cases} 4(a-1) - 2a(b-a) = (a-b)^2 + (a-b)(a+b) + 3(b-1) \\ -a + 2b = 6 \end{cases}$$

b) Dany jest trójkąt równoramienny ABC, w którym odcinek AB jest podstawą tego trójkąta. Rozwiązania układów równań z podpunktu powyżej oznaczają współrzędne punktów $A(x;y)$ i $K(a;b)$, gdzie punkt A jest końcem odcinka AB, a punkt K środkiem tego odcinka. Oblicz pole trójkąta równoramiennego ABC, jeżeli wiadomo, że obwód trójkąta ABC jest równy $10(1 + \sqrt{5})$. Wyznacz współrzędne wierzchołka C tego trójkąta.

Zapisz tok swojego rozumowania i obliczenia.

Zadanie 4. (0-10 p.)

a) Wykaż, że liczba $\frac{8+8^2+8^3+\dots+8^{300}}{57}$ jest liczbą naturalną. Zapisz obliczenia.

b) Rozwiąż równanie $(2x + 8^{2021})^2 - (2x - 8^{2021})^2 = 8^{2022}$

Zapisz tok swojego rozumowania i obliczenia.

Zadanie 5. (0-10 p.)

a) Wykaż/uzasadnij, że nie dla każdego $m \in N_+$ liczba $2m^3 - 8m$ jest podzielne przez 8. Pokaż, dla jakich liczb to zachodzi.

b) Liczby całkowite m i n są takie, że $m^2 + 9mn + n^2$ jest podzielne przez 11. Uzasadnij, że wówczas $m^2 - n^2$ jest podzielne przez 11.

Zapisz tok swojego rozumowania i obliczenia.