

POMORSKA LIGA ZADANIOWA ZDOLNI Z POMORZA

Konkurs dla uczniów klas VII i VIII szkoły podstawowej województwa pomorskiego

w roku szkolnym 2020/2021

Etap II – powiatowy

Przedmiot: MATEMATYKA

Instrukcja dla ucznia

Zanim przystąpisz do rozwiązywania testu, przeczytaj uważnie poniższą instrukcję.

1. Arkusz testowy zawiera **5** zadań.
2. Za zadania z arkusza można uzyskać łącznie 50 punktów.
3. Rozwiązania zadań przedstaw w takiej formie, żeby można było odczytać je bez problemu.
4. Wszystkie rozwiązania zadań zamieść w jednym pliku o nazwie `imię_nazwisko_miejscowość` (w formacie *.doc, *.docx, *.pdf) i prześlij na adres mailowy: matematyka_plz_SP@odn.slupsk.pl.

Dopuszczalny jest odręczny zapis rozwiązań. Pisz wtedy czytelnie. Rozwiązania zapisane odręcznie, należy zeskanować do jednego pliku i zapisać w formacie pdf. Pliki w postaci zdjęć należy wkleić do pliku tekstowego (w formacie *.doc, *.docx).

Życzymy powodzenia!

Zadanie 1. (0-10 p.)

a) Rozwiąż układ równań:

$$\begin{cases} \frac{3a-b+2}{a+b} = 1 \\ (3-b)(3+b) - 2b(a+b) + (a+2b)^2 = a^2 + b^2 + 3(a+5) \end{cases}, \text{ gdy } a, b \in \mathbb{N}$$

Zapisz swoje obliczenia.

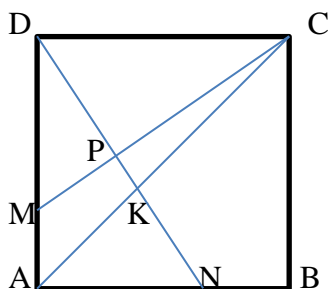
b) Dla tak obliczonych wartości a i b wykaż, że liczba $a^{2018} + b^{1000}$ jest liczbą złożoną.
Zapisz tok swojego rozumowania i obliczenia.

Zadanie 2. (0-10 p.)

Droga z miejscowości Boćkowo do miejscowości Żabkowo wiedzie 18 km z góry, 6 km pod górę i 24 km po terenie płaskim. Motocyklista jadąc z Boćkowa do Żabkowa przebył tę drogę w czasie 36 minut. Drogę powrotną przebył w czasie 40 minut, jadąc z takimi samymi prędkościami pod górę, z góry i po terenie płaskim jak podczas drogi z Boćkowa do Żabkowa. Oblicz prędkość motocyklisty pod górę i z góry, jeżeli po terenie płaskim jechał z prędkością 80 km/h. Zapisz tok swojego rozumowania i obliczenia.

Zadanie 3. (0-10 p.)

Czworokąt ABCD jest kwadratem o boku a . Punkt M dzieli bok AD stosunku 2 : 1 licząc od wierzchołka D, a punkt N dzieli bok AB w stosunku 2 : 1 licząc od wierzchołka A. Punkty P i K są punktami przecięcia odcinka DN z odcinkami CM i CA odpowiednio. Oblicz pole czworokąta AKPM. Zapisz tok swojego rozumowania i obliczenia.



Zadanie 4. (0-10 p.)

W każdy trójkąt wyznaczony przez przekątną kwadratu i dwa boki tego kwadratu wpisujemy okrąg. Środki tych okręgów są wierzchołkami nowego kwadratu. Dla tego nowego kwadratu wykonujemy analogiczną konstrukcję. Czynność tę powtarzamy do czasu, gdy uzyskamy po raz pierwszy kwadrat, którego pole będzie mniejsze niż 1 % pola wyjściowego kwadratu. Ile razy wykonamy tę konstrukcję?
Zapisz tok swojego rozumowania i obliczenia.

Zadanie 5. (0-10 p.)

Dany jest ostrosłup prawidłowy czworokątny, w którym przekrój płaszczyzną przechodzącą przez jego wierzchołek i przekątną podstawy jest trójkątem równobocznym o polu równym $a^2\sqrt{3}$. Przez środki krawędzi wychodzących z jednego wierzchołka poprowadzono płaszczyzny, odcinając w ten sposób części bryły.

Oblicz stosunek objętości otrzymanej bryły do objętości całego ostrosłupa oraz oblicz pole powierzchni całkowitej otrzymanej bryły.

Zapisz tok swojego rozumowania i obliczenia.